

We consider the continuous stochastic optimization procedure with impulsive perturbation in semi-Markov environment. Sufficient conditions for convergence were established for the regression function, which depends on the uniform ergodic semi-Markov process, by using properties of extended compensating operator of the Markov renewal of procedure and its asymptotic representation of perturbed Lyapunov function.

**Key words:** *stochastic optimization procedure, semi-Markov process, compensating operator, impulsive perturbation.*

Отримано: 14.11.2013

УДК 330.51

**В. П. Лісовська**, канд. фіз.-мат. наук,

**Ю. В. Ігнатова**, асистент,

**Л. В. Івашенко**, аспірант

ДВНЗ «Київський національний економічний  
університет імені Вадима Гетьмана», м. Київ

### **МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ ЗЕРНОПЕРЕРОБНИМ ПІДПРИЄМСТВОМ З ГІСТЕРЕЗИСНИМ ПЕРЕМИКАННЯМ ІНТЕНСИВНОСТІ ОБСЛУГОВУВАННЯ**

У статті запропоновано модель управління зернопереробним підприємством з використанням апарату систем масового обслуговування. На основі математичної моделі роботи зернопереробного підприємства в динаміці отримано прогноз функціонування підприємства на фазі прийому зернових культур та його основні операційні характеристики.

**Ключові слова:** *зернопереробне підприємство, системи масового обслуговування, вхідний потік вимог, розв'язки в динаміці, стаціонарний режим.*

**Вступ.** Зернопродуктовий підкомплекс АПК є важливою складовою економіки України, його розвиток значною мірою визначає рівень забезпечення населення достатньою кількістю вітчизняних продуктів харчування та соціально-економічну ситуацію в країні.

Виробництво зерна як складова частина зернопродуктового підкомплексу за суспільно-економічним значенням було і є пріоритетним напрямом на всіх етапах розвитку сільського господарства України. За рахунок власного виробництва забезпечується потреба держави в зерні продовольчого призначення, в насіннєвому матеріалі, сировині для пивоварної, спиртової, комбікормової галузей. Україна має значні потенціальні можливості для нарощування експорту зерна.

Вивчення комплексу виробничих процесів післязбиральної обробки зерна передбачає системний підхід. «Хлібоприймальне підпри-

емство розглядають як систему, що складається з елементів, кожний з яких складає математичний опис окремого процесу (приймання, відпуску, очищення, сушіння та ін.)» [5, с. 172].

**Постановка проблеми.** Метою цієї статті є розробка математичної моделі, яка імітує процес функціонування зернопереробного підприємства задля одержання операційних характеристик підприємства. Причому, при побудові адекватної моделі управління зернопереробним підприємством необхідно максимально враховувати технологічні особливості функціонування підприємств зернопереробної підгалузі, а саме переміщення зерна відповідними виробничими маршрутами, які забезпечать завчасну оцінку та подальше корегування діяльності зернопереробного підприємства на кожній виробничій фазі.

Для докладного опису діяльності зернопереробного підприємства, оцінки впливу різних параметрів на його характеристики функціонування, виявлення переваг і недоліків запропонованих змін та прогнозування подальшої ефективної діяльності, доцільно використовувати «один з найбільш потужних і найбільш ефективних методів дослідження процесів та систем різної природи та ступені складності — метод імітаційного моделювання» [4, с. 7]. Методи та моделі управління зернопереробним підприємством, які використовуються на сьогоднішній день і представлені, наприклад у роботі [5], є досить жорсткими та привертають увагу до вивчення проблеми гнучкості в управлінні зернопереробним підприємством. Модель, яка описує діяльність зернопереробного підприємства має легко адаптуватись до виробничого процесу конкретного підприємства, перебудовуватись в залежності від фази обслуговування (приймання, відпуску, очищення, сушіння та ін.).

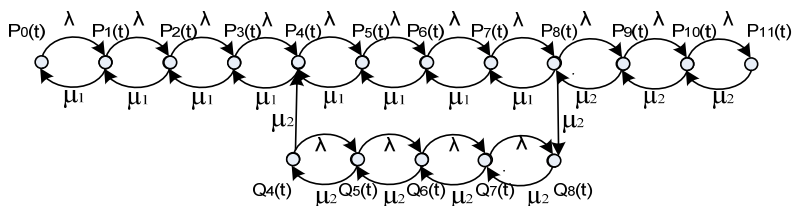
Найкращою ілюстрацією області використання імітаційного моделювання, за оцінкою [3], є системи та мережі масового обслуговування (СМО та ММО), в термінах яких на сьогоднішній день описується багато реальних систем: обчислювальні системи, вузли мереж зв'язку, магазини, виробничі процеси — будь-які системи, де можливі черги та відмови в обслуговуванні. На відміну від існуючих методів управління зернопереробним підприємством, СМО є дуже гнучкими та легко адаптуються під будь-яку фазу обслуговування: «СМО та ММО відрізняються високою наочністю відображення об'єктів, що моделюються і внаслідок цього порівняною простотою переходу від реальних об'єктів до математичного моделювання» [2, с. 7].

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Питаннями управління сільськогосподарськими підприємствами в галузі зберігання та переробки зерна і близьких галузей були присвячені праці таких вчених як: С. П. Пункова, А. І. Стародубцевої, І. П. Богомолової та ін. Ці автори приділяють увагу лише економічній складовій діяльності зер-

нопереробного підприємства, а не сукупності технологічної та економічної складових.

З неупередженого і критичного погляду на праці останнього часу, наприклад [1], та літературних джерел у ньому, зроблено висновок, що управління виробництвом за сукупністю технологічних та економічних показників для зернопереробної підгалузі є переважнішим за управління виробництвом на основі лише економічних показників.

**Виклад основних результатів дослідження.** Робота елеватора вдало описується моделями теорії масового обслуговування (ТМО). Так, наприклад, будь-яке зернопереробне підприємство можна представити у вигляді системи масового обслуговування. Представимо елеватор, як однофазову систему масового обслуговування, до якої надходить пуассонівський потік вимог на обробку зернових культур (прийом зернових) із параметром  $\lambda$  т/год. Обслуговування вимог може проходити в двох режимах, інтенсивність обслуговування в кожному з яких є величиною, яка має експоненціальний закон розподілу ймовірностей із параметрами  $\mu_1$  та  $\mu_2$ . Обслуговування вимог з інтенсивністю  $\mu_1$  т/год. (основний режим) відбувається з того моменту, коли прибуває перша вимога до того часу коли число вимог не перевищить заданого порогового числа  $k$  ( $0 \leq K \leq 8$ ). Перемикання на обслуговування з інтенсивністю  $\mu_2$  т/год. (післяпороговий режим) з імовірністю  $p$  відбувається в той момент, коли число вимог у системі стає рівним  $k+1$ . Повернення до основного режиму обслуговування з імовірністю  $q$  відбувається в той момент, коли число вимог у системі зменшується до  $k_1 = 4$ . Докладніше роботу елеватора представлено на рис. 1.



*Рис. 1. Узагальнена схема прийому зернових культур на елеваторі*

Схема представлена на рис. 1 має один канал обслуговування і при цьому кількість вимог в черзі обмежується розміром каналу обслуговування.

Стохастична модель роботи елеватора в динаміці представлена системою однорідних лінійних диференціальних рівнянь

$$\begin{cases}
 P_0'(t) = -\lambda P_0(t) + \mu_1 P_1(t), \\
 P_1'(t) = -(\lambda + \mu_1) P_1(t) + \lambda P_0(t) + \mu_1 P_2(t), \\
 P_2'(t) = -(\lambda + \mu_1) P_2(t) + \lambda P_1(t) + \mu_1 P_3(t), \\
 P_3'(t) = -(\lambda + \mu_1) P_3(t) + \lambda P_2(t) + \mu_1 P_4(t), \\
 P_4'(t) = -(\lambda + \mu_1) P_4(t) + \lambda P_3(t) + \mu_1 P_5(t) + \mu q Q_4(t), \\
 P_5'(t) = -(\lambda + \mu_1) P_5(t) + \lambda P_4(t) + \mu_1 P_6(t), \\
 P_6'(t) = -(\lambda + \mu_1) P_6(t) + \lambda P_5(t) + \mu_1 P_7(t), \\
 P_7'(t) = -(\lambda + \mu_1) P_7(t) + \lambda P_6(t) + \mu_1 P_8(t), \\
 P_8'(t) = -(\lambda + \mu_1) P_8(t) + \lambda P_7(t) + \mu_1 P_9(t), \\
 P_9'(t) = -(\lambda + \mu_2 q) P_9(t) + \lambda P_8(t) + \mu_1 P_{10}(t), \\
 P_{10}'(t) = -(\lambda + \mu_2 p) P_{10}(t) + \lambda P_9(t) + \mu_1 P_{11}(t), \\
 P_{11}'(t) = -\mu_2 p P_{11}(t) + \lambda P_{10}(t), \\
 Q_8'(t) = -(\lambda + \mu_2 q) Q_8(t) + \lambda Q_7(t) + \mu_2 q P_9(t), \\
 Q_7'(t) = -(\lambda + \mu_2 q) Q_7(t) + \lambda Q_6(t) + \mu_2 q Q_8(t), \\
 Q_6'(t) = -(\lambda + \mu_2 q) Q_6(t) + \lambda Q_5(t) + \mu_2 q Q_7(t), \\
 Q_5'(t) = -(\lambda + \mu_2 q) Q_5(t) + \lambda Q_4(t) + \mu_2 q Q_6(t), \\
 Q_4'(t) = -(\lambda + \mu_2 q) Q_4(t) + \mu_2 q Q_4(t),
 \end{cases} \quad (1)$$

де  $P_k(t)$  — стан системи при обслуговуванні  $0 \leq k \leq 11$  вимог;

$Q_m(t)$  — стан системи при обслуговуванні  $4 \leq m \leq 8$  вимог.

Переставимо систему (1) в векторно-матричній формі

$$\frac{d\vec{P}(t)}{dt} = A \cdot \vec{P}(t),$$

де

$$\vec{P}(t) = \begin{pmatrix} P_0(t) \\ P_1(t) \\ P_2(t) \\ \vdots \\ Q_6(t) \\ Q_5(t) \\ Q_4(t) \end{pmatrix}$$

вектор ймовірностей станів підприємства в момент часу  $t$ ;  $A$  — квадратна матриця вигляду

$$A = \begin{pmatrix} -\lambda & \mu_1 & 0 & \dots & 0 \\ \lambda & -(\lambda + \mu_1) & \mu_1 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & -(\lambda + \mu_1) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -(\lambda + \mu_2) \end{pmatrix}.$$

Якщо,  $\vec{P}(t) = T \cdot \vec{y}(t)$ , то

$$T \frac{d\vec{y}(t)}{dt} = AT\vec{y}(t) \rightarrow \frac{d\vec{y}(t)}{dt} = T^{-1}AT\vec{y}(t) = D\vec{y}(t). \quad (2)$$

Отже, матриця  $A$  приведено до діагонального вигляду, в якій елементи головної діагоналі є характеристичні корені  $\beta_n$  системи (1), а решта дорівнюють 0.

Розв'язуючи рівняння (2), одержимо:

$$\begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{pmatrix} = (y_1(0), y_2(0), \dots, y_n(0)) \begin{pmatrix} e^{\beta_1 t} \\ e^{\beta_2 t} \\ \vdots \\ e^{\beta_n t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1(0)e^{\beta_1 t} \\ y_2(0)e^{\beta_2 t} \\ \vdots \\ y_n(0)e^{\beta_n t} \end{pmatrix},$$

де компоненту  $y_n(0)$  знаходимо як  $\vec{y}(0) = T^{-1}\vec{P}(0)$ .

Визначивши вектор  $\vec{y}(t)$ , одержимо розв'язки системи (1):

$$\vec{P}(t) = T \cdot \vec{y}(t). \quad (3)$$

Встановимо такі початкові умови: нехай інтенсивність надходження зернових складає 5 т/год., інтенсивність обслуговування в основному режимі складає 10 т/год., в після граничному 20 т/год. Імовірність функціонування в основному режимі обслуговування складає 0,5, в після граничному — 0,5. Тоді,  $\lambda = \frac{5}{60}$ ,  $\mu_1 = \frac{10}{60}$ ,  $\mu_2 = \frac{20}{60}$ ,  $p = 0,5$ ,  $q = 0,5$ .

Доведемо, що система (1) є стійкою. Приведемо її характеристичні корені:

Таблиця 1

*Характеристичні корені системи однорідних лінійних диференційних рівнянь (1)*

Корінь	Значення
$\beta_1$	$-0.4729 + 0.0083 I$
$\beta_2$	$-0.4729 - 0.0083 I$
$\beta_3$	$-0.4305$

Продовження таблиці 1

$\beta_4$	-0.4153
$\beta_5$	-0.3947
$\beta_6$	-0.3496
$\beta_7$	-0.2995
$\beta_8$	-0.2682
$\beta_9$	-0.25
$\beta_{10}$	-0.1646 + 0.0179 I
$\beta_{11}$	-0.1646 - 0.0179 I
$\beta_{12}$	-0.1158
$\beta_{13}$	-0.0834
$\beta_{14}$	-0.0467 + 0.0092 I
$\beta_{15}$	-0.0467 - 0.0092 I
$\beta_{16}$	-0.0206
$\beta_{17}$	0

Оскільки дійсна частина всіх характеристичних коренів є від'ємною, то за теоремою Ляпунова [6, с. 67]: «Лінійна однорідна система із сталими коефіцієнтами стійка по Ляпунову тоді і тільки тоді, коли серед характеристичних чисел матриці коефіцієнтів немає таких дійсних частин, які є додатними, а уявні та нульові характеристичні числа є або простими або мають тільки прості елементарні дільники; лінійна однорідна система із сталими коефіцієнтами асимптотично стійка тоді і тільки тоді, коли всі власні характеристичні числа матриці коефіцієнтів мають від'ємні дійсні частини, можна стверджувати, що система є стійкою». Так, за допомогою пакету Wolfram Mathematica, отримаємо матрицю власних векторів  $T$  моделі (1):

0.1965+0.0137I	0.1965-0.0137I	-0.3254	...	-0.7202	-0.8689	-0.8678
-0.4596-0.0222I	-0.4596+0.0222	0.6771	...	-0.1566	-0.3245	-0.4313
0.5169	0.5169	-0.5701	...	0.1695+0.0568I	-0.0139	-0.2144
-0.4616+0.0367I	-0.4616-0.0367I	0.2797	...	0.2873+0.0402I	0.1423	-0.1065
0.3575-0.0719I	0.3575+0.0719I	-0.0189	...	0.2677+0.0049I	0.2023	-0.0529
-0.2433+0.012I	-0.2433-0.012I	-0.0136	...	0.2543+0.0049I	0.1241	-0.0255
0.1465+0.0076I	0.1465-0.007I	0.0241	...	0.1833+0.1341I	0.0699	-0.0118
-0.075-0.0089I	-0.075+0.0089I	-0.0193	...	0.1042+0.0917I	0.0343	-0.005
0.0278+0.0043I	0.0278-0.0043I	0.0089	...	0.0408+0.0393I	0.0124	-0.0017
-0.0252-0.0416I	-0.0252+0.0416	-0.0245	...	-0.0206+0.0183	0.0627	-0.0016
0.0107+0.0199I	0.0107-0.0199I	0.0158	...	-0.022+0.0127I	0.0388	-0.0008
-0.0027-0.0055I	-0.0027+0.0055	-0.005	...	-0.0158+0.0076	0.0221	-0.0004
0.0228+0.0652I	0.0228-0.0652I	0.0129	...	-0.0449-0.0179I	0.0827	-0.0016
-0.0174-0.0897I	-0.0174+0.0897	0.0211	...	-0.0705-0.0754I	0.1022	-0.0016
0.01+0.109I	0.01-0.109I	-0.0719	...	-0.0904-0.1406I	0.1158	-0.0015
-0.0029-0.1124I	-0.0029+0.1124	0.1144	...	-0.095-0.1822I	0.1145	-0.0013
-0.0009+0.0837I	-0.0009-0.0837I	-0.1053	...	-0.0711-0.1528I	0.0833	-0.0008

Знайдемо  $\vec{y}(0)$  при заданому векторі початкового стану перебу-

вання системи:  $\vec{P}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , який показує, що в початковий момент

часу система перебувала в стані простою. Тоді,

$$\vec{y}(0) = \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \\ y_3(0) \\ y_4(0) \\ y_5(0) \\ y_6(0) \\ y_7(0) \\ y_8(0) \\ y_9(0) \\ y_{10}(0) \\ y_{11}(0) \\ y_{12}(0) \\ y_{13}(0) \\ y_{14}(0) \\ y_{15}(0) \\ y_{16}(0) \\ y_{17}(0) \end{pmatrix} = T^{-1} \cdot \vec{P} = T^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,0071 + 0,0061i \\ 0,0071 - 0,0061i \\ -0,1209 \\ -0,1374 \\ -0,1319 \\ -0,0126 \\ -0,1681 \\ -0,2409 \\ 0,278 \\ 0,0593 + 0,0091i \\ 0,0593 - 0,0091i \\ 0,0773 \\ -0,1047 \\ -0,0495 + 0,0225i \\ -0,0495 - 0,0225i \\ -0,0439 \\ -0,5792 \end{pmatrix}$$

А отже,

$$\begin{pmatrix} \frac{dy_2(t)}{dt} \\ \frac{dy_3(t)}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dy_{24}(t)}{dt} \\ \frac{dy_{25}(t)}{dt} \\ \frac{dy_{26}(t)}{dt} \end{pmatrix} = D \cdot \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \\ \vdots \\ y_{24}(t) \\ y_{25}(t) \\ y_{26}(t) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \\ \vdots \\ y_{24}(t) \\ y_{25}(t) \\ y_{26}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (0,0071 + 0,0061i)e^{(-0,4729 + 0,0083i)t} \\ (0,0071 - 0,0061i)e^{(-0,4729 - 0,0083i)t} \\ -0,1209e^{-0,4305t} \\ \vdots \\ (-0,0495 - 0,0225i)e^{(-0,0467 - 0,0092i)t} \\ -0,0439e^{-0,0206t} \\ -0,5792 \end{pmatrix}$$

Значить,

$$\begin{pmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \\ \vdots \\ Q_6(t) \\ Q_5(t) \\ Q_4(t) \end{pmatrix} = T \cdot \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \\ \vdots \\ y_{15}(t) \\ y_{16}(t) \\ y_{17}(t) \end{pmatrix} = T \cdot \begin{pmatrix} (0,0071 + 0,0061i)e^{(-0,4729 + 0,0083i)t} \\ (0,0071 - 0,0061i)e^{(-0,4729 - 0,0083i)t} \\ -0,1209e^{-0,4305t} \\ \vdots \\ (-0,0495 - 0,0225i)e^{(-0,0467 - 0,0092i)t} \\ -0,0439e^{-0,0206t} \\ -0,5792 \end{pmatrix}.$$

Результати розв'язку системи (1) приведені в таблиці 2.

Таблиця 2

*Імовірнісний прогноз функціонування підприємства на фазі прийому двох потоків зернових культур в залежності від часу  $t$ , хв.*

Стан	Початковий вектор $\vec{P}$	$t = 0$	$t = 10$	$t = 20$	$t = 30$	$t = 50$	$t = 80$	$t = 100$	$t = 100$	$t \rightarrow \infty$
$P_0$	1	1	0.6578	0.5823	0.5513	0.5253	0.5119	0.5082	0.5029	0.5029
$P_1$	0	0	0.2505	0.2629	0.2611	0.2565	0.2529	0.2518	0.2499	0.2499
$P_2$	0	0	0.0721	0.1044	0.1153	0.1218	0.1238	0.1241	0.1242	0.1242
$P_3$	0	0	0.0161	0.036	0.0467	0.0557	0.0597	0.0606	0.0617	0.0617
$P_4$	0	0	0.0029	0.0107	0.0172	0.0243	0.0282	0.0293	0.0306	0.0306
$P_5$	0	0	0.0005	0.0028	0.0058	0.0101	0.013	0.0138	0.0147	0.0147
$P_6$	0	0	0	0.0006	0.0018	0.0039	0.0057	0.0062	0.0068	0.0068
$P_7$	0	0	0	0.0001	0.0005	0.0014	0.0023	0.0026	0.0029	0.0029
$P_8$	0	0	0	0	0.0001	0.0004	0.0008	0.0009	0.001	0.001



Продовження таблиці 2

$P_9$	0	0	0	0	0	0.0002	0.0004	0.0006	0.0009	0.0009
$P_{10}$	0	0	0	0	0	0	0.0002	0.0003	0.0005	0.0005
$P_{11}$	0	0	0	0	0	0	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002
$Q_8$	0	0	0	0	0	0.0001	0.0004	0.0005	0.0009	0.0009
$Q_7$	0	0	0	0	0	0.0001	0.0003	0.0005	0.0009	0.0009
$Q_6$	0	0	0	0	0	0.0001	0.0002	0.0004	0.0008	0.0008
$Q_5$	0	0	0	0	0	0.0001	0.0002	0.0003	0.0007	0.0007
$Q_4$	0	0	0	0	0	0	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004

Як видно з таблиці 2, найбільше змінюються в часі імовірність стану  $P_0$ , в той час як інші імовірності змінюються незначно і є близькими до нуля.

У тому випадку, якщо система буде функціонувати в стаціонарному режимі, тобто незалежно від часу  $t$  система (1) набуде вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\lambda P_0 + \mu_1 P_1 = 0, \\ -(\lambda + \mu_1) P_0 + \lambda P_0 + \mu_1 P_2 = 0, \\ -(\lambda + \mu_1) P_2 + \lambda P_1 + \mu_1 P_3 = 0, \\ -(\lambda + \mu_1) P_0 + \lambda P_0 + \mu_1 P_2 = 0, \\ -(\lambda + \mu_1) P_4 + \lambda P_3 + \mu_1 P_5 + \mu_2 q Q_4 = 0, \\ -(\lambda + \mu_1) P_5 + \lambda P_4 + \mu_1 P_6 = 0, \\ -(\lambda + \mu_1) P_6 + \lambda P_5 + \mu_1 P_7 = 0, \\ -(\lambda + \mu_1) P_7 + \lambda P_6 + \mu_1 P_8 = 0, \\ -(\lambda + \mu_1) P_8 + \lambda P_7 + \mu_1 P_9 = 0, \\ -(\lambda + \mu_2 q) P_9 + \lambda P_8 + \mu_1 P_{10} = 0, \\ -(\lambda + \mu_2 q) P_{10} + \lambda P_9 + \mu_1 P_{11} = 0, \\ -\mu_2 p P_{11} + \lambda P_{10} = 0, \\ -(\lambda + \mu_2 q) Q_8 + \lambda Q_7 + \mu_2 q P_9 = 0, \\ -(\lambda + \mu_2 q) Q_7 + \lambda Q_6 + \mu_2 q Q_8 = 0, \\ -(\lambda + \mu_2 q) Q_6 + \lambda Q_5 + \mu_2 q Q_7 = 0, \\ Q_5' = -(\lambda + \mu_2 q) Q_5 + \lambda Q_4 + \mu_2 q Q_6 = 0, \\ -(\lambda + \mu_2 q) Q_4 + \mu_2 q Q = 0. \end{array} \right. \quad (4)$$

Додамо до системи (4) умову нормування  $\sum_{n=0}^{n_1} \sum_{m=0}^{m_1} (P_{n,m} + Q_{n,m}) = 1$

і замінюючи нею будь-яку ймовірність в системі (4) отримаємо систему вигляду

$$A \cdot \vec{P} = \vec{B}, \quad (5)$$

де  $\vec{B}$  — вектор вільних членів вигляду  $\vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$ ; матриця  $A$  має ви-

гляд коефіцієнтів при невідомих системи (5), тобто у останньому рядку використано умову нормування.

Звідси, розв'язок системи (1) буде:  $\vec{P} = A^{-1} \vec{B}$ . Отримаємо:

Таблиця 3

*Ймовірнісний прогноз функціонування підприємства на фазі прийому двох потоків зернових культур в стаціонарному режимі роботи*

Стан	Ймовірність	Стан	Ймовірність	Стан	Ймовірність	Стан	Ймовірність
$P_0$	0.5029	$P_5$	0.0147	$P_{10}$	0.0005	$Q_5$	0.0007
$P_1$	0.2499	$P_6$	0.0068	$P_{11}$	0.0002	$Q_4$	0.0004
$P_2$	0.1242	$P_7$	0.0029	$Q_8$	0.0009		
$P_3$	0.0617	$P_8$	0.001	$Q_7$	0.0009		
$P_4$	0.0306	$P_9$	0.0009	$Q_6$	0.0008		

А отже, розв'язки системи (1) в динаміці при виході системи в стаціонар збігаються з розв'язками системи (4).

**Висновки.** На підґрунті прийнятого концептуального положення щодо доцільності та ефективності використання СМО для моделювання діяльності зернопереробного підприємства, запропонована математична модель (ММ) функціонування елеватора на фазі прийому зернових культур з гістерезисним перемиканням інтенсивності обслуговування.

Отримані в праці вирази для залежних змінних ММ дозволяють отримати ймовірності перебування підприємства в тому чи іншому стані роботи. Оскільки оцінки ймовірностей залежать від часу  $t$ , то можна говорити про опис діяльності підприємства в динаміці. Також доведено, що незалежно від стану початкового вектора  $\vec{P}$  підприємство входить в стаціонарний режим роботи з однією і тією ж ймовірністю, за один і той же час.

Наведена модель управління зернопереробним підприємством дозволяє спрогнозувати поведінку підприємства на фазі прийому зернових, визначити основні обсяги надходження зерна, а отже і прибутку від здійснення даної операції за відповідний час. Також, легко визначити час перебування партій зернових в черзі, що в свою чергу

дозволяє спрогнозувати виникнення штрафів за простої автомобілів та відповідно їх скорегувати. Причому використання даної моделі є досить гнучким, оскільки дозволяє налаштуватися на будь-яку фазу обслуговування (прийом, відпуск, очищення, сушіння та ін.), корегуючи відповідно параметри  $\lambda$  та  $\mu$ , і отримати прогноз діяльності підприємства, як в динаміці, так і в стаціонарному режимі.

#### Список використаних джерел:

1. Жлуктенко В. І. Стохастичні моделі в економіці : монографія / В. І. Жлуктенко, А. В. Бегун. — К. : КНЕУ, 2005. — 352 с.
2. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания / Л. Клейнрок ; пер. с англ. И. И. Грушко ; ред. В. И. Нейман. — М. : Машиностроение, 1979. — 432 с.
3. Саати Т. Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения / Т. Л. Саати. — М. : Советское радио, 1965. — 510 с.
4. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем — искусство и наука / Р. Шеннон. — М. : Мир, 1978. — 418 с.
5. Пунков С. П. Элеваторно-складская промышленность / С. П. Пунков, А. И. Стародубцева. — М. : Колос, 1980. — 256 с.
6. Чезари Л. Асимптотическое поведение и устойчивость решений обыкновенных дифференциальных уравнений / Л. Чезари. — М. : Мир, 1964. — 477 с.
7. Жерновий Ю. В. Стационарные характеристики систем  $M^X / M / 1$  с гистерезисным переключением интенсивности обслуживания / Ю. В. Жерновий // Информационные процессы. — 2012. — Т. 12, №4. — С. 331-352.

The article suggested model of grain processing enterprises with the use of queuing systems. Based on the mathematical model of grain-processing enterprises in dynamic prediction function obtained on admission phase grains and its main operational characteristics.

**Key words:** *grain processing enterprise queuing system, the input flow requirements, solutions in the dynamics, steady mode.*

Отримано: 28.11.2013